



Oddział Krakowski Polskiego Towarzystwa Matematycznego ogłasza
Konkurs z okazji Międzynarodowego Dnia Matematyki

Zadania konkursowe

Zadanie 1. Przyjmujemy, że $a, b \in \mathbb{R}_+$. Która z liczb jest większa: $a^a + b^b$ czy $a^b + b^a$?

Zadanie 2. Ile dodatnich rozwiązań rzeczywistych ma równanie:

$$x^x = x^{\ln(x^2 - 4x + 3)}$$

Zadanie 3. Dla funkcji $f(x) = 1 - 2x + x^2$ oraz $g(x) = 1 + 2x + x^2$ wyznaczyć wartość parametru β takiego, że:

$$\int_0^\beta [f(x)g'(x) + f'(x)g(x)] dx = 2303.$$

Zadanie 4. W zbiorze ciągów liczb całkowitych dodatnich $\{(x_1, x_2, \dots, x_{2021}) : x_i \in \mathbb{Z}_+\}$ rozważamy wszystkie rozwiązania nierówności

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{2020} + x_{2021} \leq 10^3 \cdot \pi.$$

Zakładając, że wylosowanie każdego z rozwiązań jest równoprawdopodobne, obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania rozwiązania spełniającego warunek $x_{314} = 1$. Czy wyznaczone prawdopodobieństwo jest mniejsze od $2/3$?

Zadanie 5. P, I oraz E są różnymi cyframi, ponadto $P \neq 0$. Liczby z nich utworzone spełniają równanie:

$$\sqrt{PI} + E = \sqrt{PIE}.$$

Jakie to cyfry?